

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

پیش آزمون

۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ پیش آزمون: شهریور ماه ۱۴۰۳

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۵	فصل ۲ (درس‌های ۲۰۱ و ۴)	فصل ۱ (درس ۱)
هندسه	فصل ۲	—	فصل ۱ (درس ۲ تا ابتدای دترمینان و کاربردهای آن) (صفحه ۲۲ تا ۲۶)
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۲)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

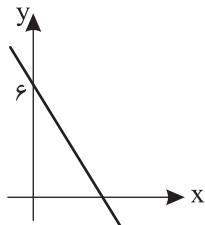
۱- حداقل چند عضو از مجموعه $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, 2|x| + |y| = 10\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲- اگر $f(x) = (ax+2)(3x-1) + x^2$ خطی و تابع $g(x) = bx - f(x)$ تابعی ثابت باشد، حاصل $f(g(1))$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{32}{3}$ (۲) $-\frac{16}{3}$ (۳) $\frac{32}{3}$ (۴) $\frac{16}{3}$

۳- نمودار تابع خطی f به صورت زیر است. اگر $f(-1) + fof(1) = 6$ مقدار $f(-3)$ کدام است؟



- (۱) ۹ یا ۱۲

- (۲) ۱۵ یا ۱۲

- (۳) ۹ یا ۱۵

- (۴) ۱۸ یا ۱۵

۴- فرض کنید $f = \{(2, 3), (-1, 2), (3, 1), (-2, 4)\}$ و $g(x) = 2ax + 3 - fa$ باشد. اگر $(g+f)og(2) = 2$ باشد، مقدار

$fog(4)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & |x| < 1 \\ 3x-5 & |x| > 1 \end{cases}$ مفروض است. اگر $f(1+a^2) = f(1-2a^2)$ و $a \neq 0$ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۴ (۳) $-\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{16}{9}$

۶- برد تابع $f(x) = \frac{x^2}{|x|} \sqrt{\frac{6}{x} - 1}$ به صورت بازه $[a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۷- اگر $f(x) = \frac{2|x|}{\sqrt{4+x^2}}$ و $fof(x) = \frac{2|x|}{\sqrt{a+bx^2}}$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

۸- اگر $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$ و $g(x) = f(6-x)$ باشند، دامنه تابع $y = gof(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۹- تابع $f(x) = 2 - 3x$ با دامنه $[-2, 1]$ مفروض است. مجموع اعضای صحیح برد تابع $y = f \circ f(2x)$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴) ۲

۱۰- دو تابع $f(x) = [x + 1 - [2x]]$ و $g(x) = m[x + n] + 1$ برابرند. اگر $m \in \mathbb{Z}$ باشد، حاصل $2m + n$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) $-\frac{3}{2}$

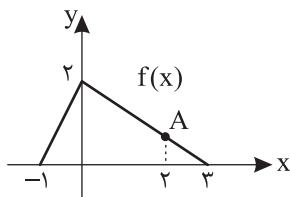
۱۱- نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+3}$ را سه واحد به بالا انتقال داده و سپس طول نقاط آن را نصف می‌کنیم و نمودار به دست آمده را نسبت به محور

xها چقدر است؟ طول نقطه برخورد منحنی نهایی با محور xها چقدر است؟

- (۱) $-0/2$ (۲) $-0/4$ (۳) $-0/6$ (۴) $-0/8$

۱۲- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. اگر نقطه A' روی نمودار تابع $y = 3 - 2f(\frac{1-x}{3})$ متناظر با نقطه A باشد، مجموع طول و

عرض مختصات A' کدام است؟



- (۱) $-\frac{10}{3}$

- (۲) $-\frac{8}{3}$

- (۳) $\frac{4}{3}$

- (۴) $\frac{2}{3}$

۱۳- نمودار تابع $y = 2f(3x - 1)$ را دو واحد به چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم و سه واحد به سمت بالا منتقل

می‌کنیم. فریخته نمودار حاصل نسبت به محور yها، بر نمودار کدام تابع زیر منطبق است؟

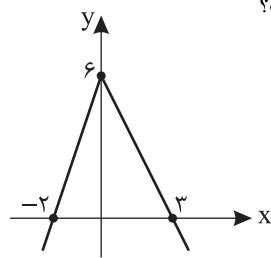
(۱) $y = 3 - 2f(-3x - 1)$

(۲) $y = 3 - 2f(5 - 3x)$

(۳) $y = 6 - 2f(-3x - 1)$

(۴) $y = 6 - 2f(5 - 3x)$

۱۴- نمودار تابع $y = x + f(x)$ به صورت زیر است. دامنه تابع $y = \sqrt{f(2x-1)}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۲

- (۲) ۳

- (۳) ۴

- (۴) ۵

۱۵- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2x-1} + 3$ را دو واحد به بالا انتقال داده، سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و در نهایت k واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. به ازای کدام مقدار k ، تابع نهایی، تابع f را در نقطه‌ای به طول ۵ قطع می‌کند؟

- (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۶- دامنه تابع $y = 2f\left(\frac{1-x}{3}\right)$ بازه $[-4, 2]$ است. دامنه تابع $y = -f\left(\frac{x}{4} + 1\right)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۵

۱۷- نمودار تابع $y = 2x^2 - 8x + 7$ را سه واحد به راست انتقال داده، سپس نسبت به خط $x = 1$ قرینه می‌کنیم و در نهایت دو واحد به چپ انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه، نسبت به کدام خط تقارن دارند؟

- (۱) $x = -1$ (۲) $x = -\frac{1}{2}$ (۳) $x = -\frac{3}{2}$ (۴) $x = -2$

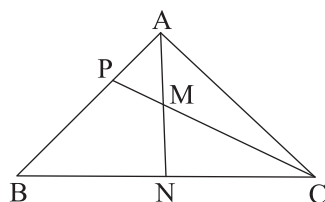
۱۸- نمودار تابع $f(x) = 2 + \sqrt{1+x}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس k واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. تابع $g(x)$ به دست می‌آید. به ازای کدام مقدار طبیعی k ، دامنه تابع $g \circ f(x)$ شامل ده عدد صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۹- در مثلث ABC اگر عدد ۴ واسطه هندسی بین اضلاع $AC = b$ و $AB = c$ باشد، مساحت مثلث ABC چند برابر واسطه هندسی ارتفاعات نظیر اضلاع AC و AB است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{2}$

۲۰- در مثلث ABC شکل زیر اگر CP میانه AN را به گونه‌ای قطع کند که $\frac{AM}{MN} = \frac{2}{3}$ باشد، نسبت مساحت مثلث BPC به مساحت



مثلث ABC کدام است؟

(۱) $\frac{3}{5}$

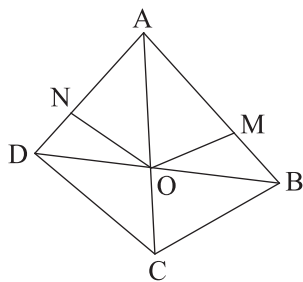
(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{3}{8}$

محل انجام محاسبات

۲۱- در چهارضلعی ABCD، مطابق شکل از نقطه O (محل برخورد قطرهای)، خطوطی به موازات CB و CD رسم می‌کنیم تا AB و AD را به ترتیب در M و N قطع کنند. اگر $DN = 3AN = 4MB = 12$ باشد، فاصله رأس A تا MN، چند برابر فاصله رأس B تا امتداد MN است؟



MN است؟

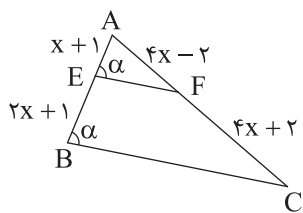
(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۲۲- در شکل زیر نسبت محیط مثلث AEF به محیط مثلث ABC برابر کدام است؟



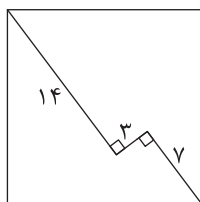
(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۲۳- اندازه ضلع مربع شکل زیر چقدر است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۲۱

(۴) ۱۷

۲۴- در مثلث ABC که نقطه H محل برخورد ارتفاع مرسوم از رأس A با امتداد ضلع BC است، $AH^2 = BH \times HC$ و $\hat{A} = 115^\circ$ است. زاویه BAC چند درجه است؟

(۴) $\frac{32}{5}$

(۳) ۴۰

(۲) ۴۵

(۱) ۶۰

۲۵- نسبت مساحت مثلث با طول اضلاع $\sqrt{6}$ ، ۲، $\sqrt{3}$ به مساحت مثلث با طول اضلاع $2\sqrt{3}$ ، ۳، $3\sqrt{2}$ برابر کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{3}{4}$

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $\alpha A + \beta I = 2A^{-1}$ باشد، دو تایی مرتب $(\alpha - 1, \beta + 2)$ کدام است؟ (I ماتریس واحد است).

- (۱) $(-2, 5)$ (۲) $(2, -5)$ (۳) $(-5, 2)$ (۴) $(5, 2)$

۲۷- اگر $A^2 = 5I$ باشد، آنگاه وارون ماتریس $A + 2I$ کدام است؟

- (۱) $2I - A$ (۲) $2I + A$ (۳) $A - \frac{1}{5}A^2$ (۴) $A - \frac{2}{5}A^2$

۲۸- اگر $(A + 3I)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس $A(A + 3I)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۷ (۳) -۹ (۴) -۸

۲۹- ماتریس‌های غیرصفر $A = \begin{bmatrix} 4m & 2m \\ 12m & 8m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2n & n \\ 2n & -n \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر $ABA = A$ باشد، آنگاه مقدار mn کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ یا $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۳۰- مجموع درایه‌های ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $\begin{cases} 2m-1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ می‌باشد، برابر ۹ است. در مورد دستگاه معادلات

$$\begin{cases} (m-3)x + (3m-4)y = 1-2m \\ mx - 4my = 3m \end{cases}$$

کدام گزینه درست است؟

(۱) دو خط موازی

(۲) دو خط متقاطع غیرعمود

(۳) دو خط عمود برهم

(۴) دو خط منطبق

۳۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) اگر $c^2 - b^2 = 3ac$ آنگاه $ab^2 - 3ac$

ب) اگر a و b اعدادی فرد باشند، آنگاه $a^6 + b^6$ در تقسیم بر ۱۶ باقیمانده ۲ می‌دهد.

ج) اگر $2a + b$ آنگاه $a^2 | (b-a)(b+a)$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- اگر n عددی طبیعی و $6 - 7n - 6 = \Delta n^2 + 3n - 2$ باشد، مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دورقمی n کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۳۳- چند نقطه با مختصات طبیعی روی $3 + 2y = 3|x| - |x + 1|$ وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۳۴- می‌دانیم $7^n + 1$ بر 5^0 بخش پذیر است. اولین عدد 3 رقمی n کدام است؟

- (۱) 100 (۲) 101 (۳) 102 (۴) 103

۳۵- اگر $(4k+1)(8k+3)$ بر a بخش پذیر باشد و $a^2 + 200 \mid b \mid a^2 + b^2 - 13$ آنگاه باقیمانده $13 - 2a^2 + b^2$ بر 8 کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 6 (۳) 2 (۴) 4

۳۶- باقیمانده تقسیم $2n^2 - n$ بر $n+5$ برابر 11 می‌باشد. $(n \in \mathbb{N})$ حاصل جمع مقادیر قابل قبول n کدام است؟

- (۱) 62 (۲) 57 (۳) 56 (۴) 39

۳۷- چند عدد طبیعی مانند n در رابطه $[n, 44] = 484$ صدق می‌کند؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۳۸- اگر $d = (2n-1, 2n^2+n+3)$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار d کدام است؟ $(n \in \mathbb{Z})$

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 4 (۴) 6

۳۹- فرض کنید $a \in \mathbb{Z}$ و a مضرب 5 نباشد. اگر باقیمانده a^2 بر 5 برابر r باشد، جمع مقادیر قابل قبول برای r کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

۴۰- اگر a عددی طبیعی و به گونه‌ای باشد که باقیمانده آن بر 3 برابر 2 باشد، مجموع باقیمانده‌های قابل قبول $13 - 2a$ بر 18 کدام است؟

- (۱) 18 (۲) 27 (۳) 24 (۴) 32